VIBRAÇÕES E ONDAS

Exame, Segunda-feira, 17 de Junho de 2002, 14h30 - 17h30

Considere os seguintes valores:

constantes e outros dados			
velocidade da luz	c	$3{,}00\times10^{8}$	m/s
velocidade do som		344	m/s
constante de Planck	h	$6{,}626\times10^{-34}$	Js
	hc	1239,84	$eV\ nm$
	$\frac{hc}{2\pi}$	197,33	$eV\ nm$
carga do electrão	e	$1{,}6022\times10^{-19}$	C
electrão - Volt	eV	$1{,}60\times10^{-19}$	Nm
massa do electrão	m_e	$9{,}11\times10^{-31}$	kg
	$m_e c^2$	$0{,}511\times10^{6}$	eV
estrutura fina	$\alpha = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 hc}$	$\frac{1}{137,036}$	
constante de Rydberg	$R = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2}$	13,6	eV
aceleração gravítica	g	9,81	m/s^2

1. O enxame de galáxias Abell 1451 (RX J1203.2-2131), que se encontra na constelação de Hidra (*a serpente do mar*), afasta-se em relação à Terra com grande velocidade. A linha K do espectro de absorpção de Cálcio proveniente deste enxame é observada com um comprimento de onda de 474 nm (azul), embora esta linha tenha no laboratório um comprimento de onda de 393.37 nm (violeta).
Determine a velocidade do enxame Abell 1451.

2. Uma onda electromagnética plana e linearmente polarizada, tem uma intensidade de campo eléctrico dada por (c = velocidade da luz)

$$E_z(x,t) \ = \ E_0 \ \cos\left[\left(1,5\times10^{7}\ \mathrm{m}^{-1}\right) \ \times \ (0,7ct \ - \ x)\right] \quad ,$$

enquanto atravessa uma lâmina de vidro.

a Determine a frequência da radiação e o comprimento de onda.

b Qual o índice de refracção do vidro?

3. Um feixe de electrões com velocidades de $3{,}0\times10^4$ m/s, passa por um sistema de duas fendas estreitas paralelas a uma distância de 1,5 μm. A chegada dos electrões ao outro lado das fendas regista-se num alvo que consiste de uma placa fotográfica a 20 cm de distância das fendas.
Qual é o espaçamento entre as riscas na fotografia?

4. Considere um osciloscópio em que a deflexão do sinal luminoso no ecrã é proporcional à diferença de potencial eléctrico entre as placas de deflexão, nomeadamente 1 *cm* por cada *Volt* de diferença potencial. A deflexão é para a direita quando existe uma diferença de potencial positiva entre as placas de deflexão horizontal, isto é quando $\Delta V_x > 0$, e é para a esquerda quando $\Delta V_x < 0$. A deflexão é para cima quando existe uma diferença de potencial positiva entre as placas de deflexão vertical, isto é quando $\Delta V_y > 0$, e é para baixo quando $\Delta V_y < 0$. Em equilíbrio ($\Delta V_x = \Delta V_y = 0$) o sinal luminoso encontra-se no centro do ecrã.
Desenhe e descreva a imagem que se forma no ecrã do osciloscópio no seguinte caso (em que t representa o tempo):

$$\Delta V_x = 3\sin(2\pi t)\ \textit{Volts} \qquad \text{e} \qquad \Delta V_y = 3\sin(4\pi t)\ \textit{Volts.}$$

5. Uma corda uniforme de comprimento 2,00 m é esticada e fixa nos seus extremos. Verifica-se que a velocidade das ondas tranversais na corda é igual a 25,0 m/s.

a Quais são as frequências do estado fundamental e das harmónicas das vibrações transversais da corda?

b Quando a corda vibra num estado que é uma combinação linear das primeiras dez harmónicas transversais, fixa-se um ponto da corda a 50 cm de distância de um dos extremos. Quais são as frequências que persistem?

6. Um sistema de dois osciladores acoplados consiste de dois objectos maçiços e idênticos de massas iguais (m), pendurados de dois fios idênticos de comprimentos iguais (ℓ) a uma distância de cinco centímetros e ligados por uma mola leve de cinco centímetros e de constante elástica k. Para pequenas oscilações na direcção da linha de ligação entre as massas, denomina-se $x_1(t)$ a perturbação em função do tempo t de um dos objectos e $x_2(t)$ a perturbação do outro.

a Deduza as equações diferenciais da dinâmica do sistema.

b Determine uma solução com as seguintes condições iniciais:

$$x_1(0) \;=\; \dot{x}_1(0) \;=\; \dot{x}_2(0) \;=\; 0 \quad \text{e} \quad x_2(0) \;=\; A \;\neq\; 0 \quad .$$

c Faça um esquema da solução da alínea **b** em função do tempo, para o caso $2k\ell \ll mg$.

7. Quando luz monocromática com um comprimento de onda de 400 nm incide na superfície metálica de uma célula fotoeléctrica é emitido um feixe de electrões que atingem energias cinéticas até cerca de 1,10 eV.
Determine as energias cinéticas máximas dos electrões emitidas por esse metal quando iluminado com luz monocromática das várias cores do espectro do visível (400-700 nm).
Apresente os resultados também graficamente.

8. Tocam-se simultaneamente as duas teclas correspondentes ao tom a^1 (440 Hz) de dois pianos idênticos. As cordas deste tom têm um peso de 0.042 kg/m e um comprimento de 0,98 m. As duas cordas estão ligeiramente desafinadas e portanto ouvem-se batimentos.
Se o intervalo de tempo entre dois mínimos seguidos dos batimentos for 1,3 segundos, qual é a diferença entre as tensões nas duas cordas?

9. Uma rede de difracção com 3000 linhas por centímetro é iluminada pela luz de uma lâmpada de Hidrogénio, que emite radiação com comprimentos de onda 656 nm (cor de laranja) e 410 nm (violeta). O padrão de interferência estuda-se num alvo a um metro de distância.

a Teoricamente, qual é a separação entre o máximo da risca laranja de segunda ordem ($m = 2$) e o máximo da risca violeta de terceira ordem ($m = 3$)?

b Determine as larguras das duas riscas da alínea **a** e tire uma conclusão relativamente à separação destas riscas.

10. Um circuito eléctrico consiste de uma resistência (R), um indutor (L) e um condensador (C), em série ligados com uma fonte de tensão alternada exterior ($V(t) = V_0 \cos(\omega t)$).

a Demonstre que a equação diferencial do circuito para a carga no condensador em função do tempo, $Q(t)$, é dada por

$$R\,\dot{Q}(t) \;+\; L\,\ddot{Q}(t) \;+\; \frac{Q(t)}{C} \;=\; V_0 \cos(\omega t) \quad .$$

b Determine a variação temporal da corrente $I(t)$, que circula no circuito depois de ter passada a fase inicial (regime estacionário), em função das grandezas R, L, C, V_0 e ω.

c A resistência tem um valor de $R = 0,03$ Ohm e a indutância do indutor é de $L = 4,50$ nano-Henri. Que valor deve ter a capacidade do condensador para que o circuito sintonize (máximo da ressonância) na estação de radio clássica (RDP2), que emite a uma frequência de 89,30 MHz?