FÍSICA GERAL I

Exame, Sexta-feira, 5 de Janeiro de 2001

Tome os seguintes valores:

constantes e outros dados			
velocidade da luz	c	3,00×10^8	m/s
velocidade do som		344	m/s
constante de gravitação	G	6,673×10^{-11}	Nm^2/kg^2
aceleração gravítica	$g = G\frac{M_{\text{Terra}}}{R^2_{\text{Terra}}}$	9,81	m/s^2
raio médio da Terra	R_{Terra}	6,378×10^6	m
massa da Terra	M_{Terra}	5,98×10^{24}	kg
distância média Sol-Terra		1,50×10^{11}	m
raio médio da Lua		1,74×10^6	m
distância média Lua-Terra		3,84×10^8	m

1. Qual é a altura máxima que pode atingir o seu guarda-chuva se o largar e ele for levado pelo vento. Considere que o vento é horizontal e tem uma velocidade de 72 km/h?
(Sugestão: no referencial do vento o guarda-chuva tem velocidade, e, portanto, energia cinética, quando ainda está parado nas suas mãos!)

Solução : A velocidade inicial do guarda-chuva pode ser numa direcção qualquer, uma das quais pode ser verticalmente para cima no referencial do vento. Isto depende da aerodinâmica (neste problema suposto desconhecida) durante o pequeno intervalo de tempo do ”choque”.

Pela conservação da energia temos então que a energia cinética inicial é igual à energia gravítica quando o guarda-chuva atinge a altura máxima, ou seja

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh \quad .$$

Daí temos: $h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(72\ km/h)^2}{2 \times 9,81\ ms^{-2}} = \frac{(20\ m/s)^2}{19,62\ ms^{-2}} = 20,4\ m.$

2. Considere um osciloscópio em que a deflexão do sinal luminoso no ecrã é proporcional à diferença de potencial eléctrico entre as placas de deflexão, nomeadamente 1 *cm* por cada *Volt* de diferença potencial. A deflexão é para a direita quando existe uma diferença de potencial positiva entre as placas de deflexão horizontal, isto é quando $\Delta V_x > 0$, e é para a esquerda quando $\Delta V_x < 0$. A deflexão é para cima quando existe uma diferença de potencial positiva entre as placas de deflexão vertical, isto é quando $\Delta V_y > 0$, e é para baixo quando $\Delta V_y < 0$. No equilíbrio ($\Delta V_x = \Delta V_y = 0$) o sinal luminoso encontra-se no centro do ecrã.
Desenhe e descreva a imagem que se forma no ecrã do osciloscópio nos seguintes casos (em que t representa o tempo):

a $\Delta V_x = -3\cos(2\pi t)$ *Volts* e $\Delta V_y = 0$.

b $\Delta V_x = -3\cos(2\pi t)$ *Volts* e $\Delta V_y = 3\sin(2\pi t)$ *Volts.*

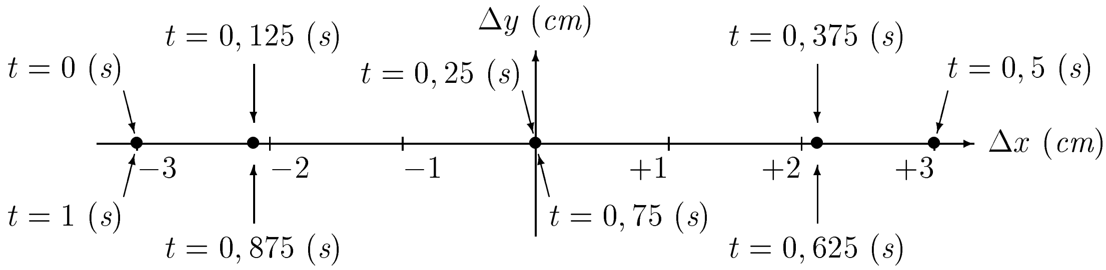
Solução : A deflexão é proporcional à diferença do potencial elétrico (1 *cm/V*). Considere Δx e Δy as deflexões relativamente à posição do equilíbrio, respectivamente horizontal e vertical, do sinal luminoso no ecrã do osciloscópio. Temos

$$\Delta x \text{ (em } cm) = \Delta V_x \text{ (em } Volts) \quad e \quad \Delta y \text{ (em } cm) = \Delta V_y \text{ (em } Volts) \quad .$$

a Os dados correspondem a $\Delta x = -3\cos(2\pi t)$ *cm* e $\Delta y = 0$. O período do sinal é igual a 1 *segundo*. Considere então os seguintes valores:

t (s)	0	0,125	0,25	0,375	0,5	0,625	0,75	0,875	1,0
Δx (cm)	-3,0	-2,12	0	2,12	3,0	2,12	0	-2,12	-3,0
Δy (cm)	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Estes valores correspondem à seguinte figura

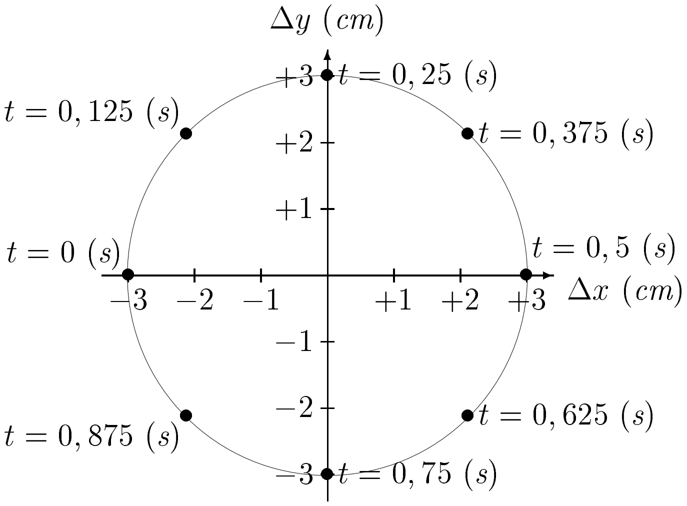


O sinal luminoso oscila horizontalmente ao longo do eixo dos XX entre os pontos $x = -3$ *cm* e $x = +3$ *cm*, com uma frequência de uma volta por segundo.

b Os dados correspondem a $\Delta x = -3\cos(2\pi t)\ cm$ e $\Delta y = 3\sin(2\pi t)\ cm$. Os períodos de ambos os sinais são iguais a 1 *segundo*. Considere então os seguintes valores:

t (s)	0	0,125	0,25	0,375	0,5	0,625	0,75	0,875	1,0
$\Delta x\ (cm)$	-3,0	-2,12	0	2,12	3,0	2,12	0	-2,12	-3,0
$\Delta y\ (cm)$	0	2,12	3,0	2,12	0	-2,12	-3,0	-2,12	0

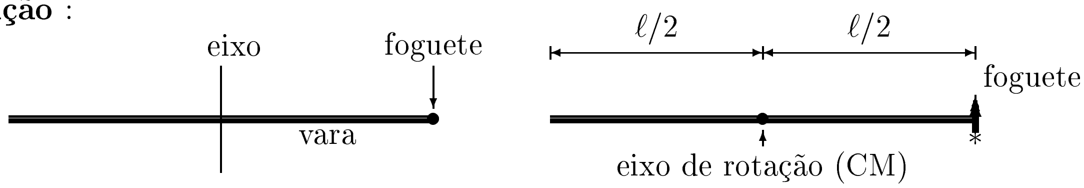
Estes valores correspondem à seguinte figura



O sinal luminoso faz em cada segundo uma volta numa circunferência com raio de 3 cm e centrada na origem do sistema de coordenadas XY.

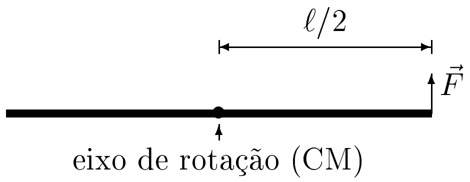
3. Uma vara metálica de densidade homogénea (massa M, comprimento ℓ, espessura desprezável) pode rodar livremente e sem atrito no plano horizontal, em torno de um eixo vertical que passa pelo seu centro de massa. Um foguete (de massa desprezável), montado num dos extremos da vara, excerce durante um certo intervalo de tempo, Δt, uma força, F, constante, horizontal e perpendicular à vara.
Escreva a expressão que representa a velocidade do foguete, em função das grandezas M, ℓ, F e Δt, após este intervalo de tempo.

Solução :



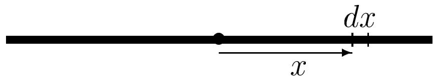
visto de lado **visto de cima**

Para o momento angular $\vec{L}$ temos $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$, em que $\vec{N}$ representa o momento da força exercida pelo foguete:



$N = \left|\vec{N}\right| = \frac{\ell}{2}F$ e $L = \left|\vec{L}\right| = I\omega$, onde I representa o momento de inércia da vara e ω a velocidade angular dela.

O momento de inércia I podemos determinar da seguinte maneira:



A massa, dm, do elemento infinitesimal, com comprimento dx, da vara é dada por $dm = \mu dx$, onde μ representa a massa por unidade de comprimento da vara, ou seja $\mu = \frac{M}{\ell}$. A contribuição , dI, do elemento infinitesimal ao momento de inércia da vara é dada por $dI = \mu dx \times x^2$. Segue então que

$$I = \int dI = \mu \int_{-\ell/2}^{\ell/2} dx\, x^2 = \mu \left[\frac{1}{3}x^3\right]_{-\ell/2}^{\ell/2} = \frac{1}{12}\mu\ell^3 = \frac{1}{12}M\ell^2 \quad .$$

$$\text{Portanto,} \quad I\frac{d\omega}{dt} = \left|\frac{d\vec{L}}{dt}\right| = \left|\vec{N}\right| = \frac{\ell}{2}F \quad \text{ou seja} \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{\ell F}{2I} \quad .$$

Esta equação diferencial é resolvida por $\omega(t) = \omega_0 + \frac{\ell F}{2I}t$, onde ω_0 representa a velocidade angular inicial. Como $\omega_0 = 0$, resulta $\omega(t) = \frac{\ell F}{2I}t$ e então $\omega(\Delta t) = \frac{\ell F}{2I}\Delta t = \frac{6F\Delta t}{M\ell}$.

4. Considere um sistema descrito pela seguinte função de Lagrange

$$\mathcal{L}(x, \dot{x}, t) \ = \ \frac{1}{2} m\dot{x}^2 + kx \quad .$$

a Quais são os graus de liberdade do sistema?

b O que representam as constantes m e k?

c Determine a energia mecânica do sistema.

d Determine a solução geral das equações de movimento do sistema.

Solução :

a Movimento numa dimensão: um grau de liberdade.

b $\mathcal{L} = T - U$, então $T = \frac{1}{2} m\dot{x}^2$ e $U = -kx$. A constante m representa a massa do sistema e k a intensidade de uma força ($F = -dU/dx = k$).

c $d\mathcal{L}/dt = 0$, portanto, a energia mecânica do sistema é conservada e dada por $E = T + U = \frac{1}{2} m\dot{x}^2 - kx$.

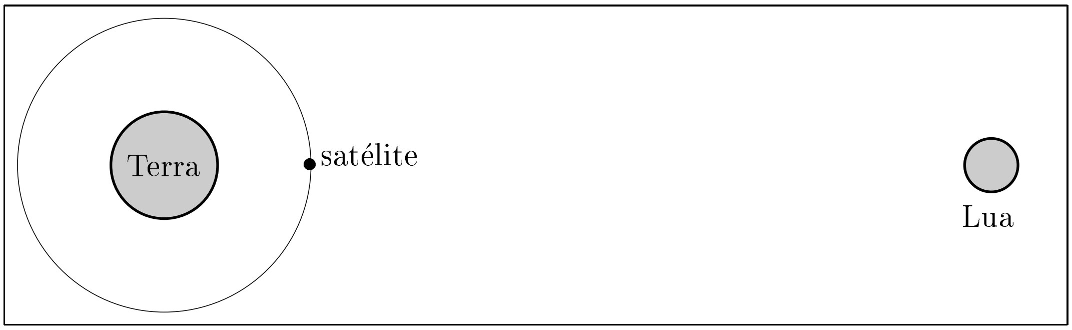
d As equações de movimento são determinadas através das equações de Euler-Lagrange:

$$m\ddot{x} = \frac{d}{dt}(m\dot{x}) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}}\right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = k \quad .$$

Solução geral: $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}\frac{k}{m} t^2$.

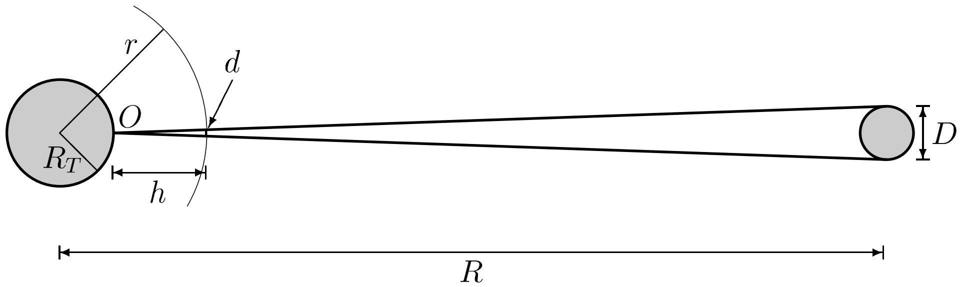
5. Considere um satélite artificial, que se move à volta da Terra com uma órbita circular de raio, r, inferior ao raio, R, da órbita da Lua. Numa noite clara de Lua Cheia observa-se que o satélite demora 12,0 segundos a passar em frente da Lua, quando a sua trajectória passa em frente do centro da Lua. Ignorando a deslocação da própria Lua durante este intervalo do tempo, determine a velocidade do satélite na sua órbita em volta da Terra.
(Sugestão: considere $r = xR$ e determine o valor de x)

Solução : A situação descrita está representada na figura a seguir



Não sabendo de que sítio da superfície da Terra foi observada a passagem do satélite em frente da Lua, podemos escolher o mais conveniente, que corresponde à Lua estar no zeníte, ou seja, verticalmente por cima do observador. Neste caso: Seja R a distância do centro da Lua até ao centro da Terra, r a distância do satélite até ao centro da Terra e h a distância do satélite até à superfície da Terra. Logo $r = R_T + h$, onde R_T representa o raio da Terra.

Para a distância, d, que o satélite percorre, enquanto passa em frente da Lua relativamente a um observador que se encontra na posição indicada por O, temos o seguinte



onde D representa o diâmetro da Lua. Vimos que $\frac{d}{h} = \frac{D}{R - R_T}$.

Agora, $R - R_T = R \times \left(1 - \frac{R_T}{R}\right) = R \times (1 - 0,0166) \approx R$ (erro de 1,7 porcento), portanto, $\frac{d}{h} = \frac{D}{R}$, ou seja $d = \frac{hD}{R}$.

O satélite percorre a distância d no intervalo de tempo $\Delta t = 12$ *segundos*. Para a velocidade, v, temos então $v = d/\Delta t$.

Na órbita circular (raio r) do satélite temos que a força da gravitação é igual à força centrípeta, ou seja

$$G\frac{M_T m}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \quad \Longleftrightarrow \quad GM_T = v^2 r \quad .$$

Para v^2 temos ainda

$$v^2 = \left(\frac{d}{\Delta t}\right)^2 = \left(\frac{hD}{R\Delta t}\right)^2 = \left(\frac{(r - R_T)\, D}{R\Delta t}\right)^2 = \left(\frac{r}{R} - \frac{R_T}{R}\right)^2 \left(\frac{D}{\Delta t}\right)^2 \quad .$$

Assim ficamos com

$$GM_T = \left(\frac{r}{R} - \frac{R_T}{R}\right)^2 \left(\frac{D}{\Delta t}\right)^2 r \quad .$$

Nesta expressão substituimos $r = xR$, o que resulta em

$$GM_T = \left(x - \frac{R_T}{R}\right)^2 \left(\frac{D}{\Delta t}\right)^2 xR \quad \Longleftrightarrow \quad \left(x - \frac{R_T}{R}\right)^2 x = \frac{GM_T}{R}\left(\frac{\Delta t}{D}\right)^2 \quad ,$$

ou seja $(x - 0.0166)^2 x = 1,236 \times 10^{-5}$. Esta equação é resolvida por $x = 0,0353$. Daí

$$v = \left(x - \frac{R_T}{R}\right)\left(\frac{D}{\Delta t}\right) = 5,42 \times 10^3 \quad m/s \quad .$$

7. Considere uma rede de difracção com N fendas, iluminada por uma onda plana monocromática de luz (comprimento de onda λ) e um alvo paralelo à rede. A distância entre fendas adjacentes é representada por d e a distância entre a rede e o alvo por D. Para uma descrição quantitativa da figura de interferência no alvo, caracteriza-se cada ponto, P, do alvo pelo ângulo, θ, entre a normal no centro da rede e o vector de posição de P relativamente ao centro da rede. Para $D \gg Nd$ e $\theta \ll 1$, a intensidade da luz num certo ponto, $P(\theta)$, do alvo é representada aproximadamente pela expressão:

$$I(\theta) \approx E \times \left| \frac{\sin(\frac{1}{2}N\delta)}{\sin(\frac{1}{2}\delta)} \right|^2 ,$$

onde $\delta = 2\pi \frac{d}{\lambda} \sin(\theta)$ e E é uma constante relacionada com a intensidade da luz que passa por uma fenda.

a Mostre que, para $N = 2$, a fórmula para a intensidade da luz coincide com a expressão obtida nas aulas.

b Determine a intensidade da luz no centro do alvo ($\theta = 0$) (Sugestão: $\frac{\sin(Nx)}{\sin(x)} \xrightarrow{x \ll 1} \frac{Nx}{x} \xrightarrow{x \to 0} N$).

c Mostre que a intensidade da luz nos pontos do alvo que correspondem a valores de θ tais que $\frac{d}{\lambda} \sin(\theta) = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, é igual à intensidade da luz no centro do alvo (Nota: $\frac{\sin(N(\pi + x))}{\sin(\pi + x)} = \pm \frac{\sin(Nx)}{\sin(x)}$).

d Determine a expressão que representa a intensidade da luz no ponto do alvo correspondente a $\theta \approx \sin(\theta) = \frac{\lambda}{Nd}$.

Solução :

a Para $N = 2$ temos

$$I(\theta) = E \left| \frac{\sin(\delta)}{\sin(\frac{1}{2}\delta)} \right|^2 = E \left| \frac{2\sin(\frac{1}{2}\delta)\cos(\frac{1}{2}\delta)}{\sin(\frac{1}{2}\delta)} \right|^2 = 4E \left| \cos(\frac{1}{2}\delta) \right|^2 .$$

Nas aulas deduzimos para a expressão da onda num certo ponto do alvo o seguinte

$$A\cos\left(\phi + \frac{2\pi}{\lambda}(x - ct)\right) + A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - ct)\right) ,$$

onde $\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$. x representa a distância de uma das fendas até ao ponto do alvo em causa e $x + \Delta x$ a distância da outra fenda até a este ponto.

A soma das funções coseno podemos escrever como

$$2A\cos\left(\frac{1}{2}\phi\right)\cos\left(\frac{1}{2}\phi+\frac{2\pi}{\lambda}(x-ct)\right) \quad .$$

A amplitude desta expressão é igual a

$$2A\cos\left(\frac{1}{2}\phi\right) \quad ,$$

e a intensidade ao quadrado do módulo da amplitude, ou seja

$$I = 4A^2\left|\cos\left(\frac{1}{2}\phi\right)\right|^2 \quad ,$$

A relação obtida nas aulas entre ϕ e θ é igual a

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda}d\sin(\theta) \quad .$$

A intensidade da luz proveniente de uma das fendas é igual a $|A|^2$, na outra fórmula representada por E.

b Para $|\theta| \ll 1$ temos $\delta \approx 2\pi\frac{d}{\lambda}\theta$ e

$$I(|\theta| \ll 1) \approx E\left|\frac{\sin(N\pi\frac{d}{\lambda}\theta)}{\sin(\pi\frac{d}{\lambda}\theta)}\right|^2 \approx E\left|\frac{N\pi\frac{d}{\lambda}\theta}{\pi\frac{d}{\lambda}\theta}\right|^2 = E\,|N|^2 = EN^2 \quad .$$

Portanto, $I(\theta=0) = EN^2$.

c Para $\delta = 2n(\pi+x)$, $(n = 0,\ \pm1,\ \pm2,\ \ldots)$, temos
$\sin(\frac{1}{2}N\delta) = \sin(nN(\pi+x)) = \sin(nN\pi+nNx) = \pm\sin(nNx)$ e $\sin(\frac{1}{2}\delta) = \pm\sin(nx)$.
Então

$$I(\delta = 2n(\pi+x)) \approx E\left|\frac{\pm\sin(nNx)}{\pm\sin(nx)}\right|^2 = E\left|\frac{\sin(nNx)}{\sin(nx)}\right|^2 \quad .$$

Para $|x| \ll 1$ temos ainda

$$I \approx E\left|\frac{nNx}{nx}\right|^2 = EN^2 \quad .$$

Logo $I(\delta = 2n\pi) = EN^2 = I(\theta=0)$.

d $\delta = \frac{2\pi}{N}$, portanto,

$$I\left(\theta = \frac{\lambda}{Nd}\right) \approx E\left|\frac{\pm\sin(\pi)}{\pm\sin(\pi/N)}\right|^2 = 0 \quad .$$

8. Considere um referencial de inércia S' que se move com velocidade constante $\vec{V}$ relativamente a um outro referencial S. Em cada um dos referenciais é estudado o movimento de um objecto que se move na direcção de $\vec{V}$. Considere ainda que tanto $V = \left|\vec{V}\right|$ como a velocidade do objecto são comparáveis à velocidade da luz. Considere os eixos dos XX, em ambos os referenciais, com a direcção e sentido da velocidade relativa $\vec{V}$.
Considere que $p' = mv'/\sqrt{1-(v'/c)^2}$ e $E' = mc^2/\sqrt{1-(v'/c)^2}$ representam respectivamente o momento linear e a energia total do objecto relativamente ao referencial S'. Deduza as transformações

$$pc = \frac{p'c + \beta E'}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{e} \quad E = \frac{E' + \beta p'c}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{com} \quad \beta = \frac{V}{c} \quad ,$$

para as correspondentes grandezas, p e E, relativamente ao referencial S, usando a relação $v = (v'+V)/(1+Vv'/c^2)$ entre as velocidades do objecto, v e v', respectivamente nos referenciais S e S'.

Solução : Antes de começar estudamos a transformação da seguinte expressão

$$\begin{aligned}
1-\left(\frac{v}{c}\right)^2 &= 1-\left(\frac{1}{c}\frac{v'+V}{1+\frac{v'V}{c^2}}\right)^2 \\
&= \frac{\left(1+\frac{v'V}{c^2}\right)^2 - \left(\frac{1}{c}(v'+V)\right)^2}{\left(1+\frac{v'V}{c^2}\right)^2} \\
&= \left(1+\frac{v'V}{c^2}\right)^{-2} \times \left[1+2\frac{v'V}{c^2}+\left(\frac{v'V}{c^2}\right)^2-\left(\frac{v'}{c}\right)^2+2\frac{v'V}{c^2}-\left(\frac{V}{c}\right)^2\right] \\
&= \left(1+\frac{v'V}{c^2}\right)^{-2} \times \left[\left(1-\left(\frac{V}{c}\right)^2\right)\left(1-\left(\frac{v'}{c}\right)^2\right)\right] \quad .
\end{aligned}$$

Portanto,

$$\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \left(1+\frac{v'V}{c^2}\right) \times \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \times \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v'}{c}\right)^2}} \quad \text{com} \quad \beta = \frac{V}{c} \quad .$$

Utilizando este resultado obtemos

$$
\begin{aligned}
pc &= \frac{mvc}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \\
&= mc\frac{v'+V}{1+\frac{v'V}{c^2}}\left(1+\frac{v'V}{c^2}\right)\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v'}{c}\right)^2}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\left[\frac{mv'c}{\sqrt{1-\left(\frac{v'}{c}\right)^2}}+\frac{mcV}{\sqrt{1-\left(\frac{v'}{c}\right)^2}}\right] \\
&= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\left[p'c+\beta E'\right] \quad ,
\end{aligned}
$$

e

$$
\begin{aligned}
E &= \frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \\
&= mc^2\left(1+\frac{v'V}{c^2}\right)\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v'}{c}\right)^2}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\left[\frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v'}{c}\right)^2}}+\frac{mcv'\beta}{\sqrt{1-\left(\frac{v'}{c}\right)^2}}\right] \\
&= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\left[E'+\beta p'c\right] \quad .
\end{aligned}
$$

9. As partículas da radiação cósmica são observadas no laboratório pela impressão que deixam nas chapas fotográficas dos detectores.
Uma partícula π^0 (pião neutro) movendo-se com uma velocidade de $0,999c$ produz um rasto de 0,56 μm.
Qual o tempo de vida do pião neutro no seu referencial próprio?

Solução :

$$\beta = 0,999 = 1 - 0,001 \quad ,$$

portanto,

$$\beta^2 = (1 - 0,001)^2 \approx 1 - 2 \times 0,001 = 1 - 0,002 \quad ,$$

e então,

$$1 - \beta^2 \approx 1 - (1 - 0,002) = 0,002 \quad .$$

$$\Delta t = \frac{s}{t} = \frac{0,56\ \mu m}{0,999c} = 0,187 \times 10^{-14}\ s.$$

O tempo da vida do pião neutro no seu referencial próprio é dado por

$$\Delta t' = \Delta t\sqrt{1 - \beta^2} = \Delta t\sqrt{0,002} = 8,36 \times 10^{-17}\ s.$$

6. Um objecto que tem uma massa de 200 kg, está pendurado numa corda com 0,102 kg de massa e 2 m de comprimento.

a Desprezando a massa da corda, determine a frequência do pêndulo para pequenas oscilações .

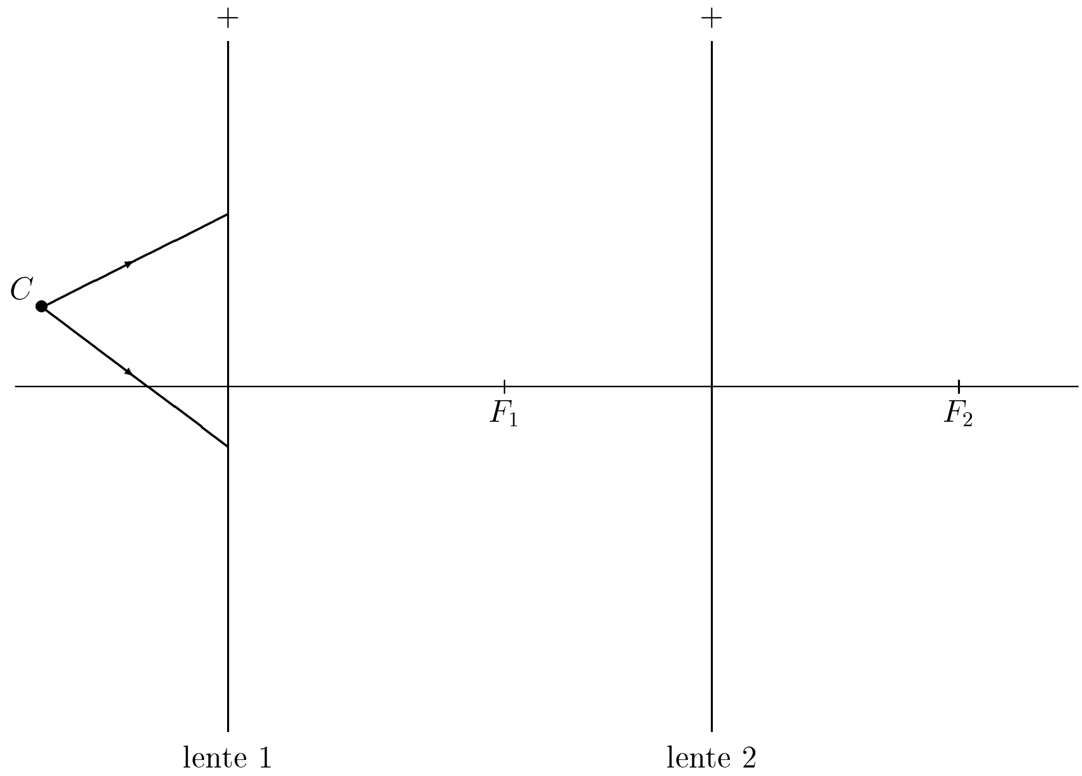
b Desprezando as oscilações do objecto, determine a frequência fundamental da corda para pequenas vibrações .

Solução :

a Pêndulo: $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$, logo $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}} = 0,35\ Hz.$

b Frequência fundamental de uma corda vibrante: $\ell = \frac{1}{2}\lambda$, $f = \frac{v}{\lambda}$ e $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, onde T representa a tensão da corda e μ a massa por unidade de comprimento da corda.
Dos dados temos $T =$ peso da massa $= mg$, $\mu = \dfrac{0,102\ kg}{2\ m} = 0,051\ kg/m.$
Então, $f = \dfrac{1}{2\ell}\sqrt{\dfrac{T}{\mu}} = 49\ Hz.$

10. Na figura seguinte está representado um sistema formado por duas lentes delgadas (positivas), lente 1 e lente 2, e uma fonte de luz C. Os eixos principais das duas lentes coincidem (linha horizontal). F_1 e F_2 representam os focos principais respectivamente da lente 1 e da lente 2. Estão ainda indicados dois raios de luz emitidos pela fonte C.

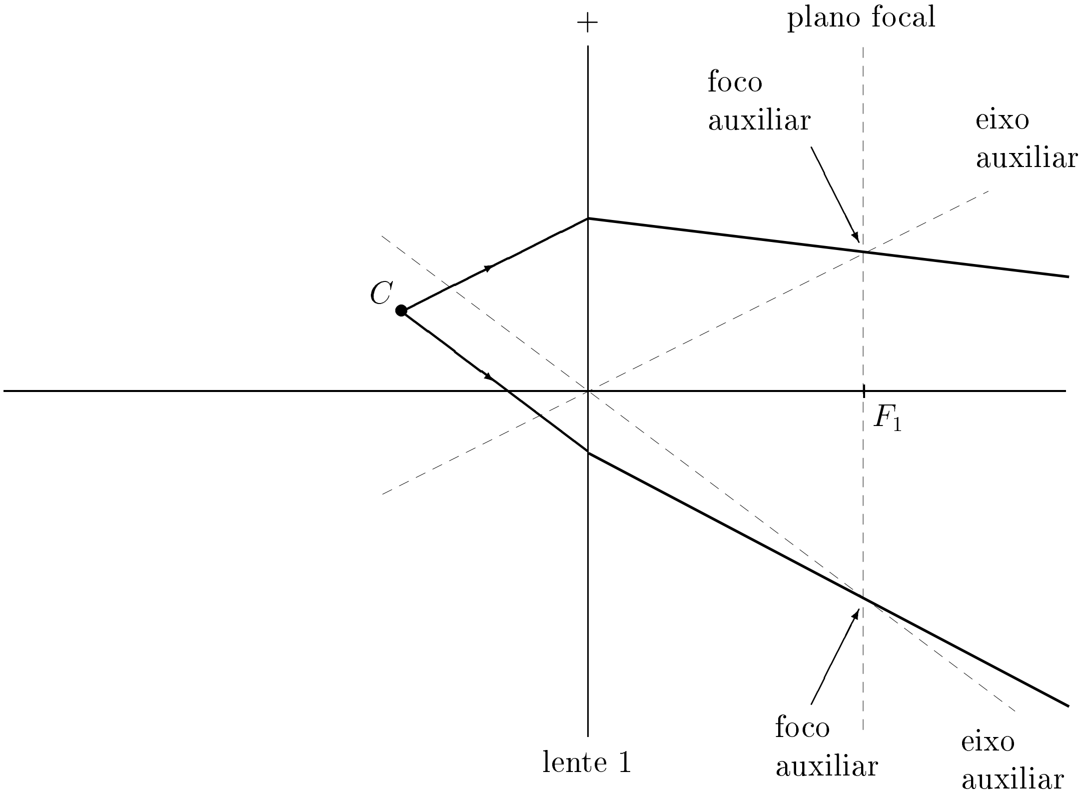


a Copie com cuidado a figura para a sua folha. Depois, considerando a aproximação de pequenos ângulos, desenhe a continuação dos dois raios de luz que atravessam a lente 1 e eventualmente a lente 2.

b Determine geometricamente o ponto onde se forma a imagem da fonte de luz C, utilizando os seguintes dados: a distância entre a fonte de luz e a lente 1 é igual a 2,5 *cm*, a distância entre a lente 1 e a lente 2 é igual a 6,4 *cm*, as distâncias focais das lentes 1 e 2 são respectivamente $f_1 = 3,7$ *cm* e $f_2 = 3,3$ *cm*.

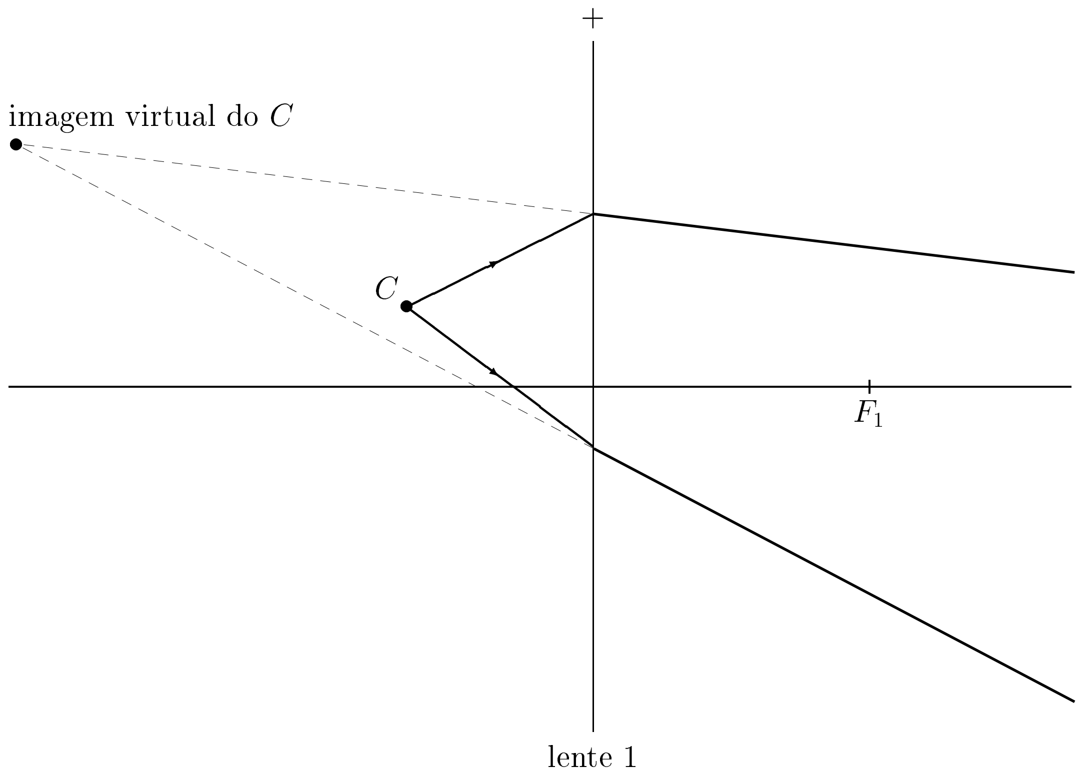
Solução :

a Para começar, considere a passagem dos raios na lente 1. Uma lente positiva desvia na direcção de um foco auxiliar, um raio que incide na lente numa direcção paralelo ao respectivo eixo auxiliar. A construção da continuação dos dois raios incidentes na lente 1, está representado na figura a seguir

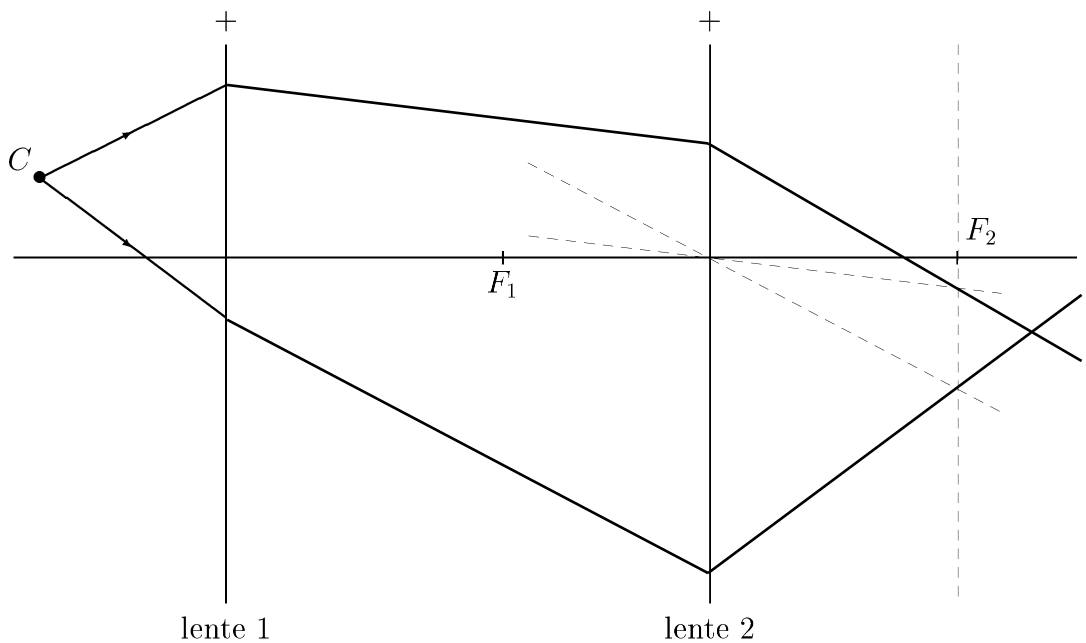


Observa-se que o desvio dos raios é tal, que eles ainda não convergem depois de ter passado a lente 1. Pelo contrário, parece que eles têm origem num ponto do lado esquerdo da lente. A este ponto chama-se *imagem virtual* do objecto C. Para um observador do lado direito da lente que olha através da lente para o objecto C, parece que este objecto se encontra no sítio da imagem virtual.

Em geral, uma lente positiva não gera uma imagem real, quando o objecto se encontra mais próximo da lente do que o foco. A figura a seguir mostra o sítio da imagem virtual do objecto C.



A construção da continuação dos raios, após a passagem da lente 2, apresente o mesmo grau de dificuldade, que no caso da passagem da lente 1, e mostra-se na figura a seguir. Como se vê na figura, os raios cruzam-se depois de ter passado a lente 2. No ponto onde eles convergem, forma-se uma imagem real do objecto C.



b A posição da imagem virtual do objecto C, relativamente à lente 1, representada por b_1, determina-se da seguinte maneira

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{v_1} + \frac{1}{b_1} \quad ,$$

onde f_1 representa a distância focal da lente 1 ($f_1 = 3,7\ cm$) e v_1 a posição do objecto C relativamente à lente 1 ($v_1 = 2,5\ cm$). Fazendo as contas obtemos $b_1 = -7,71\ cm$. O sinal menos indica que a imagem é virtual e está situada ao lado esquerdo da lente 1.

A altura por cima do eixo principal da lente 1, representada por h_1, a que se encontra a imagem virtual do objecto, determina-se através

$$h_1 = -\frac{b_1}{v_1} h \quad ,$$

onde h representa a altura por cima do eixo principal da lente 1 a que se encontra o objecto C.
Da figura determina-se $h = 1,05\ cm$ e, portanto, $h_1 = -\frac{-7,71\ cm}{2,5\ cm}(1,05\ cm) = 3,24\ cm$.

A imagem virtual da lente 1 serve de objecto para a lente 2.

Portanto, $v_2 = (7,71 + 6,4) = 14,11\ cm$.

Daí temos

$$\frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{v_2} = \frac{1}{3,3\ cm} - \frac{1}{14,11\ cm} = \frac{1}{4,31\ cm} \quad ,$$

ou seja, $b_2 = 4,31\ cm$, e ainda

$$h_2 = -\frac{b_2}{v_2} h_1 = -\frac{4,31\ cm}{14,11\ cm} \times 3,24\ cm = -0,99\ cm.$$