

Física Atômica e Molecular (2009-2010)

dúvidas	qualquer dia	9h00-18h00 (gab D43)
entregar	terça feira 20/10	(gab D43)
discussão	quarta feira 21/10	(sala D6)

4. Considere de novo o pacote de ondas do problema (1) que representa o movimento de uma partícula livre numa dimensão em unidades $\hbar = c = 1$.

a Determine

$$\int_{-\infty}^{\infty} dk |\varphi(k)|^2 \quad .$$

- b Determine (O integral número 11 da tabela das integrais na página <http://www.sosmath.com/tables/integral/integ37/integ37.html> do web pode ser útil.)

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx |\psi(x, t = 0)|^2$$

e interprete o resultado.

- c Demonstre a seguinte relação

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx |\psi(x, t = 0)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} dk \int_{-\infty}^{\infty} dk' \varphi^*(k) \varphi(k') \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx e^{i(k' - k)x} \quad .$$

- d A expressão

$$\delta(k' - k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx e^{i(k' - k)x}$$

é designada **a função delta de Dirac** e tem a seguinte propriedade

$$\int_{-\infty}^{\infty} dk' F(k') \delta(k' - k) = F(k)$$

para funções F "bem comportadas".

Demonstre

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx |\psi(x, t = 0)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} dk |\varphi(k)|^2$$

e verifique o resultado com as alíneas a) e b).

5. Considere mais uma vez o pacote de ondas do problema (1) que representa o movimento de uma partícula livre numa dimensão em unidades $\hbar = c = 1$.
- a) Faça outros esquemas de $|\psi(x, t = 1)|^2$ e $|\psi(x, t = 2)|^2$ na aproximação

$$\omega(k) = \frac{\bar{k}^2}{2m} + \frac{\bar{k}}{m} (k - \bar{k}) \quad ,$$

em função de x e tire uma conclusão relativamente à velocidade do pacote de ondas.

- b) Mostre que o pacote de ondas é solução da seguinte equação de onda

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, t) = -\frac{1}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi(x, t) \quad ,$$

e interprete este resultado.

6. Considere um sistema estacionário descrito pelo seguinte Hamiltoniano

$$H = H_0 + \varepsilon V \quad ,$$

onde V representa uma interacção independente do tempo e ε uma constante pequena ($\varepsilon \ll 1$). Os estados próprios de H_0 , designados por $|n\rangle$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) e com energias próprias iguais a $E_n^{(0)}$, não são degenerados. Para determinar pelo método perturbativo do Hamiltoniano H os estados próprios $|\psi_i\rangle$ e as energias próprias E_i , supõe-se

$$|\psi_i\rangle = |i\rangle + \varepsilon |\psi_i^{(1)}\rangle + \varepsilon^2 |\psi_i^{(2)}\rangle + \dots \quad ,$$

e

$$E_i = E_i^{(0)} + \varepsilon E_i^{(1)} + \varepsilon^2 E_i^{(2)} + \dots \quad .$$

- a) Desenvolve a equação de Schrödinger independente do tempo até a segunda ordem em ε e determine as equações resultantes dos termos da primeira ordem em ε e os da segunda ordem.
- b) Determine o "produto" com $\langle i|$ da equação dos termos da primeira ordem em ε e a seguir $E_i^{(1)}$.
- c) Determine os "produtos" com os $\langle n|$ ($n \neq i$) da equação dos termos da primeira ordem em ε e a seguir $|\psi_i^{(1)}\rangle$.
- d) Determine $E_i^{(2)}$ e $|\psi_i^{(2)}\rangle$