

# Difracção de electrões

**Objectivos:** i) Verificar que electrões com energias da ordem de 1-10 keV são difractados por um filme de grafite, exibindo o seu carácter ondulatório; ii) verificar a relação de de Broglie,  $\lambda = h/p$ , onde  $\lambda$  é o comprimento de onda do feixe de electrões,  $p$  é a sua quantidade de movimento e  $h$  é a constante de Planck.

**Material:** ampola de difracção de electrões, fontes de alimentação, craveira

## Introdução:

No interior do tubo de difracção existe um filme de grafite constituído por micro-cristais cuja orientação no espaço é aleatória. O tubo contém também um cátodo que emite electrões e grelhas de aceleração, através das quais é aplicado um campo eléctrico. Os electrões acelerados por uma diferença de potencial  $V$  (que varia num intervalo de cerca de 1 a 10 kV) incidem na grafite, atravessam-na e são depois projectados sobre um écran fluorescente.

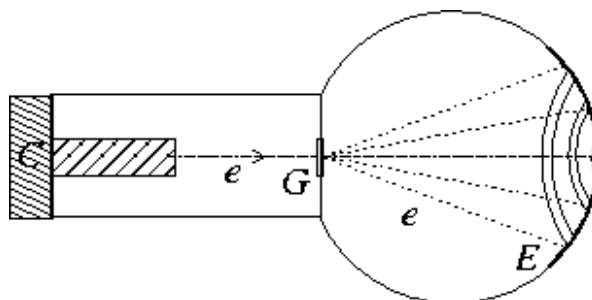


Figura 1: Representação esquemática do tubo de difracção de electrões. **G** representa a amostra de grafite, **e** o feixe de electrões e **E** o écran fluorescente.

Tratando-se de partículas, esperar-se-ia a formação de uma mancha no écran com a forma do filme de grafite. Em seu lugar, porém, observa-se um padrão de interferência, com anéis circulares correspondentes a máximos e mínimos, tal como é típico de uma onda! Os electrões comportam-se afinal como ondas que se difractam nos planos de átomos de carbono que constituem a grafite. O seu comprimento de onda  $\lambda$  pode então ser determinado se conhecermos a estrutura da grafite e se medirmos o diâmetro dos anéis que se formam no écran. Por outro lado, a quantidade de movimento  $p$  dos electrões que colidem com a grafite pode ser determinada a partir da diferença de potencial eléctrico  $V$  a que são sujeitos, através da relação  $eV = p^2/2m$ . Assim, para cada valor da tensão de aceleração  $V$  podemos determinar o comprimento de onda  $\lambda$  e a quantidade de

movimento  $p$  dos electrões; repetindo as medidas para um conjunto de valores  $V$  obtemos um conjunto de pares de valores  $(p, \lambda)$  e podemos verificar a validade da relação de de Broglie:

$$\lambda = h/p$$

Note-se que, tal como em qualquer figura de difracção, há uma fracção do feixe que atravessa o alvo sem sofrer desvio e produz uma mancha no centro do tubo. Se diminuirmos a tensão de aceleração, o diâmetro dos anéis aumenta e o diâmetro da mancha central aumenta também. Focando a imagem torna-se evidente que essa mancha central, associada a electrões que não sofreram desvio, é de facto a uma imagem da grafite, tal como esperaríamos para um feixe de partículas. É mesmo possível reconhecer a forma dos parafusos de suporte do filme de grafite!

Como podemos determinar o comprimento de onda  $\lambda$  dos electrões?

A amostra de grafite é composta por cristais que têm um arranjo regular de átomos de carbono (ver Fig.2). Os planos desses átomos, separados por uma distância  $d$ , actuam como uma rede de difracção tal como está esquematizado na Fig.3. A condição de interferência construtiva dos feixes emergentes é dada pela lei de Bragg:

$$n \lambda = 2 d \sin \theta \quad \text{com } n = 1, 2, 3, \dots$$

onde  $\theta$  é o ângulo entre o feixe de electrões e os planos da rede.

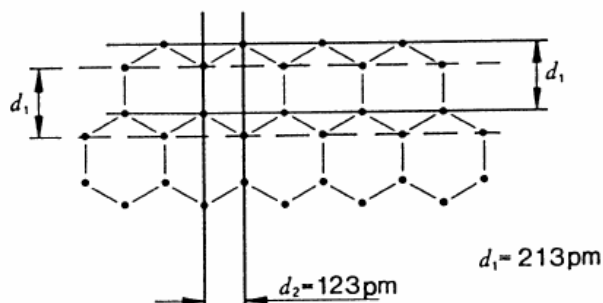


Figura 2 Planos de átomos na grafite associados aos primeiros dois anéis de interferência.

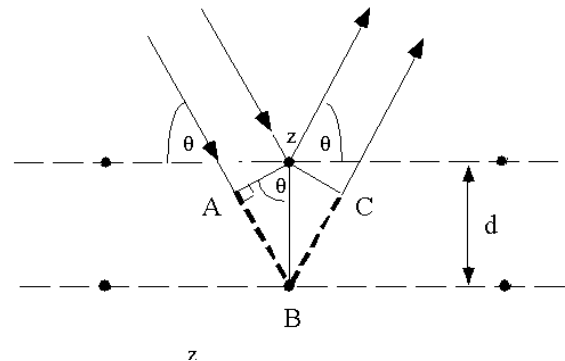


Figura 3: Os feixes difractados pelos dois planos de átomos estão em fase e interferem construtivamente se a distância  $ABC = 2 d \sin \theta$  for igual a um número inteiro de comprimentos de onda, isto é se  $n \lambda = 2 d \sin \theta$ .

A amostra de grafite é policristalina estando os diferentes cristais orientados de forma aleatória. O ângulo de Bragg  $\theta$  pode ser determinado a partir do ângulo de desvio  $\alpha$  do feixe (ver Figuras 4 e 6) sendo  $\alpha = 2 \theta$ .

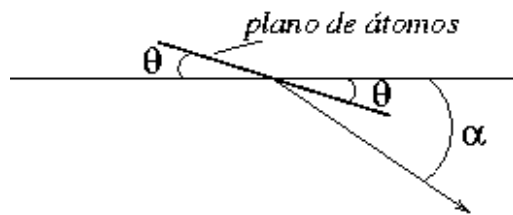


Figura 4: O ângulo de Bragg  $\theta$  é o ângulo entre o feixe de electrões e um plano átomos, em condições de interferência construtiva; o ângulo de desvio  $\alpha$  correspondente a um máximo de interferência é o dobro do ângulo de Bragg,  $\alpha = 2\theta$ .

Da fig. 6 temos

$$\sin(2\theta) = r/R = 2r/D,$$

onde  $D=127\text{ mm}$  é a distância nominal entre a amostra de grafite e a parede do tubo onde se encontra o écran fluorescente.

Para ângulos pequenos,

$$\sin(2\theta) \approx 2\sin\theta = 2\sin(2\phi) \approx 4\sin\phi.$$

Assim

$$n\lambda = d\sin\theta = d r/D.$$

A grafite tem uma estrutura hexagonal na qual é possível encontrar várias distâncias interplanares  $d_i$  (ver Fig. 5). Os dois valores de  $d_i$  mais elevados são  $d_1 = 0,213\text{ nm}$  e  $d_2 = 0,123\text{ nm}$ , representados na Fig.2. Para cada ordem  $n$  de difracção e para cada valor de  $I$  (determinado pelo valor de  $V$ ) haverá diferentes aneis para diferentes  $d_i$ . Os dois aneis de difracção com raio menor (e mais facilmente mensuráveis) correspondem à difracção de primeira ordem ( $n=1$ ) dos planos da grafite com valor de  $d$  mais elevado,  $d_1$  e  $d_2$ . Conhecidos os valores de  $d_1$ ,  $d_2$  e  $D$ , se medirmos os raios  $r_1$  e  $r_2$  dos dois primeiros aneis de interferência obtemos duas medidas independentes para cada  $\lambda$ :

$$\lambda = d_1 r_1/D \quad \text{e} \quad \lambda = d_2 r_2/D.$$

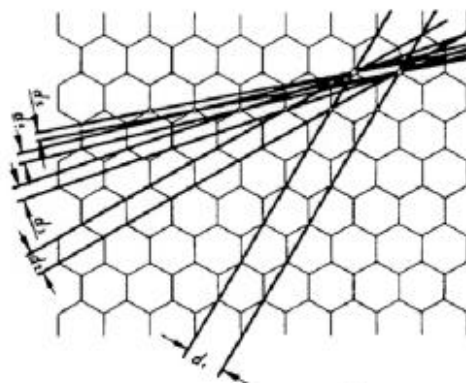


Figura 5: Distâncias  $d_i$  entre planos de átomos na grafite.

## Sistema Experimental:

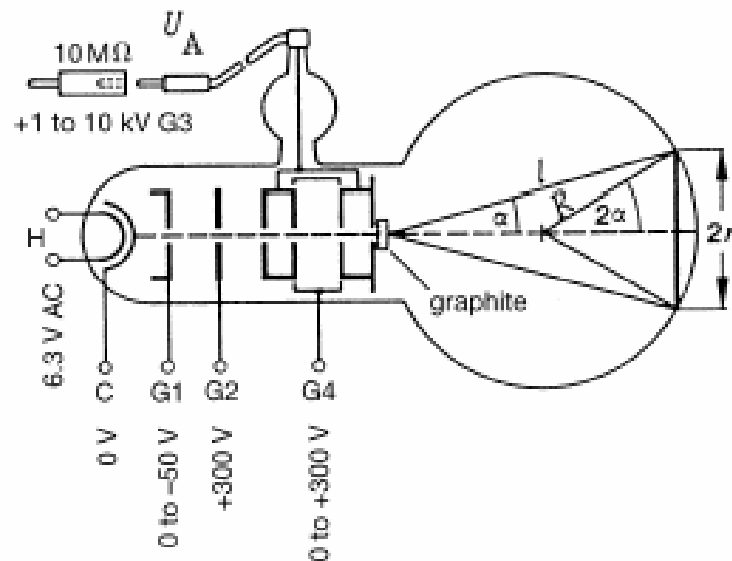


Figura 6: Representação esquemática do sistema de emissão, focagem, aceleração e projecção num alvo do feixe de electrões na ampola.

O sistema de emissão e aceleração dos electrões no tubo está esquematizado na Figura 6. O cátodo K é aquecido através da resistência H emitindo electrões. Os electrões são então acelerados por um campo eléctrico criado pelo sistema de grelhas  $G_1$ - $G_4$ . O cilindro de Wehlnet  $G_1$  vai concentrar o feixe de electrões na direcção do eixo (eixo óptico). Este feixe é então acelerado pela grelha  $G_2$ , a qual está a um potencial positivo, e seguidamente pela grelha  $G_3$  que está a um potencial ainda mais elevado. Finalmente  $G_4$  é usado para focar o feixe, funcionando como uma lente electrostática. Na sua montagem  $G_4$  está fixo e é igual a 250 V. O feixe de electrões vai então incidir na amostra que está fixa no eixo do tubo. A amostra consiste numa rede de cobre na qual se encontra um filme de grafite policristalina. Quando os electrões incidem na amostra são difractados com diferentes ângulos, projectando uma imagem no écran fluorescente.

A corrente no ânodo não deve exceder significativamente 1 mA. A limitação de corrente pode ser obtida usando uma resistência de cerca de 10 MΩ ou através de um circuito limitador de corrente incluído na própria fonte.

A intensidade e contraste dos anéis pode ser controlada com a tensão  $G_1$ .

A mancha luminosa central (correspondente a electrões que atravessaram o cristal sem sofrer desvio) é intensa e pode danificar a camada fluorescente do tubo. Para o evitar reduza a intensidade da luz após cada leitura.

### Execução:

1. Ajuste a tensão de aceleração dos electrões para  $V = 8 \text{ kV}$  ( $V = U_A$ , na figura 6). **V não deve exceder 8 kV**. Ajuste a tensão  $G_1$  de forma a que a imagem de difracção seja nítida.
2. Meça os diâmetros  $2r_1$  e  $2r_2$  dos dois anéis de difracção de menor raio com o auxílio de uma craveira. Estime as incertezas  $\sigma_{2r1}$  e  $\sigma_{2r2}$  associadas a cada medida e anote esses valores.
3. Repita o procedimento anterior para um conjunto de valores de  $V$  inferiores a 8 kV. Note que espera que  $\lambda = h/p = h (2 m e V)^{-1/2}$ , ou seja espera que  $\lambda \propto V^{-1/2}$ . Uma vez que  $\lambda$  não varia linearmente com  $V$ , a escolha de intervalos regulares de  $V$  não é a mais adequada. Uma vez que os anéis são visíveis num intervalo de  $V$  entre  $\approx 2 \text{ kV}$  e 8 kV pode estimar os valores mínimos e máximos esperados para  $\lambda$  e escolher os valores de  $V$  adequados para obter cerca de 10 pontos a intervalos aproximadamente regulares de  $\lambda$ . Por ex.  $V = 8, 6.5, 4.5, 3.9, 3.3, 2.9, 2.6, 2.3, 2.0, 1.8$  em kV.
4. Construa uma tabela com os valores medidos de  $V$ ,  $\sigma_V$ ,  $2r_1$ ,  $\sigma_{2r1}$ ,  $2r_2$ , e  $\sigma_{2r2}$  do tipo

V (KV)	$\sigma_V$ (KV)	$2r_1$ (mm)	$\sigma_{2r1}$ (mm)	$2r_2$ (mm)	$\sigma_{2r2}$ (mm)

### Análise:

1. A partir da tabela dos dados originais construa uma nova tabela com valores calculados para as grandezas  $\lambda_1 = d_1 r_1/D$ ,  $\sigma_{\lambda_1}$ ,  $\lambda_2 = d_2 r_2/D$ ,  $\sigma_{\lambda_2}$ ,  $\lambda$ ,  $\sigma_\lambda$ ,  $1/p = (2 m e V)^{-1/2}$ ,  $\sigma_{1/p}$  do tipo (não se esqueça de indicar as unidades!):

V	$\lambda_1 = d_1 r_1/D$	$\sigma_{\lambda_1}$	$\lambda_2 = d_2 r_2/D$	$\sigma_{\lambda_2}$	$\lambda$	$\sigma_\lambda$	$1/p = (2 m e V)^{-1/2}$	$\sigma_{1/p}$

Use os valores  $D = 127 \text{ mm}$ ,  $d_1 = 0,213 \text{ nm}$  e  $d_2 = 0,123 \text{ nm}$  referidos no texto. Note que para cada valor de  $V$  obtém dois valores independentes para  $\lambda$  ( $\lambda_1 = d_1 r_1/D$  e  $\lambda_2 = d_2 r_2/D$ ) com incertezas

$\sigma_{\lambda_1}$  e  $\sigma_{\lambda_2}$  diferentes. Assim, os valores  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  devem ser ponderados com as respectivas incertezas no cálculo do valor médio,  $\lambda$ , i.e.

$$I = \frac{\frac{I_1}{s_{I_1}^2} + \frac{I_2}{s_{I_2}^2}}{\frac{1}{s_{I_1}^2} + \frac{1}{s_{I_2}^2}}$$

As incertezas  $\sigma_{\lambda_1}$ ,  $\sigma_{\lambda_2}$ ,  $\sigma_{\lambda}$  e  $\sigma_{1/p}$  são calculadas usando a fórmula de propagação de erros (ver notas sobre análise de dados). Assim, por ex. ,

$$\sigma_{\lambda_i} = d_i \sigma_{2\theta} / (2D) \quad \text{e} \quad s_I = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{s_{I_1}^2} + \frac{1}{s_{I_2}^2}}}.$$

Verifique as expressões anteriores e deduza a expressão de  $\sigma_{1/p}$ .

2. Represente graficamente  $\lambda$  em função de  $1/p$ . Utilize barras de erro e faça o ajuste a uma recta utilizando o método dos mínimos desvios quadrados. Interprete o valor do declive e compare com o valor esperado.

## Discussão e Conclusões:

1. Discuta os resultados obtidos e conclua se estes permitem verificar a relação de de Broglie.
2. Compare a ordem de grandeza dos valores de  $\lambda$  obtidos com a ordem de grandeza de  $d_1$  e  $d_2$ . Se se tratasse de um feixe de neutrões com uma energia da mesma ordem de grandeza (1-10 KeV) esperaria observar a difracção do feixe de neutrões na amostra de grafite? Justifique. Estime a ordem de grandeza da energia de um feixe de neutrões para que este seja difractado nos planos dos átomos da grafite.